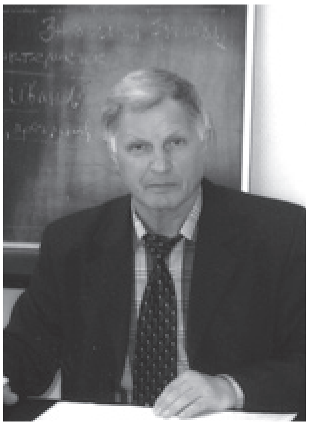
Методы оценки живучести информационно-телекоммуникационных сетей связи



Н.Г. Буроменский

к.т.н., ведущий научный сотрудник, филиал ФГКУ «46 ЦНИИ» Минобороны России

Введение

Количественная оценка живучести ИТСС относится к числу важнейших задач, возникающих при решении практических вопросов в ходе проектирования, разработки, производства и применения информационно-телекоммуникационных сетей связи [1]. Методы расчета живучести систем и сетей связи рассматриваются в ряде работ [2–5]. Характерной особенностью этих работ является то, что при оценке живучести в них учитывается только структурная составляющая систем и сетей связи. Живучесть элементов системы считается известной или заданной.

В данной статье рассматриваются методы приближенного оценивания и точного расчета живучести ИТСС. Показано, что любой приближенный, а тем более точный, метод расчета неприемлем при достаточно большой размерности сети, поэтому первой задачей формирования метода расчета живучести системы является определение ее границ. В качестве метода определения границ принят метод декомпозиции моделей управляемых систем. Для приближенного оценивания живучести предлагается метод граничных оценок. В основу оценки живучести ИТСС положен методический прием, который состоит в формировании свойств, обеспечивающих живучесть. Каждое свойство реализуется путем применения специальных организационных и конструктивно-технических решений, а каждое такое решение рассматривается как элемент живучести (ЭЖ) ИТСС. Совокупность ЭЖ образует систему обеспечения живучести (СОЖ), графическое изображение которой с учетом влияния отказов ЭЖ на работоспособность ИТСС носит название структурной схемы живучести (ССЖ). Аналитическая запись условий работоспособности ИТСС с учетом варианта ССЖ является моделью для расчета граничных значений показателей живучести. Предложен метод уточнения границ показателей живучести системы на основе представления ее через минимальные пути и минимальные сечения.

Точный расчет живучести базируется на рассмотрении ИТСС как восстанавливаемой системы.

Основные факторы, влияющие на устойчивость функционирования ИТСС

Устойчивость функционирования ИТСС определяется способностью ее элементов противостоять преднамеренным поражающим действиям (ППД) противника.

Повреждения и разрушения элементов ИТСС (узлов, радиоэлектронных средств связи, пунктов ретрансляции и других организационно-технических образований) происходят в результате воздействия поражающих факторов (ПФ) обычного, специального оружия и неблагоприятных воздействий (НВ). Под обычным оружием будем понимать средства поражения (СРП), применяющие различные виды боеприпасов в обычном снаряжении. К специальному оружию отнесем ядерное и так называемое оружие функционального воздействия на радиоэлектронные средства связи (РЭСрС), осуществляемого с использованием мощных импульсов электромагнитных излучений (ИЭИ).

Ядерное оружие представляет собой наиболее разрушительный вид оружия с широким набором ПФ, основными из которых являются воздушная ударная волна, световое излучение, проникающая радиация и радиоактивное заражение местности [6–8].

Что касается оружия функционального воздействия, то поражающими факторами являются интенсивность поля излучения на элементах РЭСрС и спектральный состав потока излучения. ИЭИ оказывают комплексное воздействие на РЭСрС за счет высокой проникающей способности через антенно-фидерные устройства. Это вызывает различные функциональные повреждения в радиоприемных, радиопередающих устройствах и в системе электроснабжения.

Наиболее трудно формализуемыми являются НВ. Возможен только некоторый прогноз по грозовым воздействиям и воздействиям электромагнитного излучения Солнца.

В дальнейшем рассматривается устойчивость функционирования ИТСС в условиях ППД.

Для формализованной записи условий применения ИТСС будем использовать следующее обозначение:

$e_{\text{ПФ}} \in E_{\text{ПФ}}$ – множество поражающих факторов.

Свойства, обеспечивающие живучесть ИТСС

В приведенных выше публикациях под живучестью сети связи понимаются различные свойства сетей, характеризующие устойчивость системы связи к отказам ее элементов. Анализ этих работ показывает, что выбор свойств живучести в каждом конкретном случае является произвольным. Дадим определение понятию «свойство системы» применительно к рассматриваемой ситуации. Под свойством системы будем понимать ее способность противостоять воздействию одного или нескольких ППД противника при выполнении ею функциональных задач. Придание системе такого рода свойств – проблема достаточно сложная, и для ее решения требуется проведение как научных исследований по разработке состава свойств, требований к каждому из них, так и комплекса технических и организационных мер и мероприятий в процессе ее разработки, производства и эксплуатации. Каждая из приведенных выше мер, реализованных в ИТСС в ходе разработки, осуществленных при производстве и организованных при эксплуатации, формирует в изделии единичное свойство, а совокупность единичных свойств формирует интегральное свойство – живучесть. Формирование интегрального свойства живучести системы осуществляется методом синтеза [9].

Рассмотрим вопрос о выборе единичных свойств ИТСС.

Базовым единичным свойством любой сложной системы, в том числе и ИТСС, является ее структура, и когда мы говорим о сохранении системы, то имеем в виду сохранение ее структуры. Но структура – это совокупность узлов, радиоэлектронных средств связи, пунктов ретрансляции и других организационно-технических образований с их взаимосвязями и характеристиками. Очевидно, что при выводе из строя элементов системы ее структура рассыпается, поэтому следующим единичным свойством системы логично назвать живучесть элементов. Однако в ходе применения ИТСС элементы системы, в результате воздействия ПФ, могут получить повреждения различной тяжести, вследствие чего теряют свои функциональные возможности. Восстановление работоспособности элементов, получивших повреждения, является следующим одиночным свойством системы. Для решения задачи обслуживания и ремонта элементов системы должна быть организована система технического обеспечения (СТО). Методические вопросы организации СТО ИТСС рассмотрены в работе [10]. С целью снижения возможностей противника для идентификации элементов и системы в целом должны быть предусмотрены и проведены мероприятия по разведзащищенности.

На *рис. 1* приведен примерный состав единичных свойств ИТСС, обеспечивающих живучесть. Отметим, что приведенный состав частных свойств не является замкнутым и в общем случае, в зависимости от УП и требований к живучести, может быть расширен или сужен.

Так, например, к частным свойствам ИТСС относятся надежность и помехоустойчивость, и в общем случае эти свойства могут быть включены в приведенный выше состав единичных свойств. Однако надежность предполагает способность сетей связи противостоять дестабилизирующему воздействию внешней среды (повышенная температура, пониженная температура, влажность, пыль, вибрация, механические удары и другие факторы внешней среды) и является отдельным направлением анализа и оценки сложных систем, а поэтому в данном случае в состав единичных свойств это свойство ИТСС не включено. Что касается помехоустойчивости, то это специфическое свойство системы, которое исследуется соответствующими методами и не связано с рассмотренной выше совокупностью воздействующих факторов.

Рис. 1. **Примерный состав единичных свойств ИТСС**

Определение границ исследуемой системы

Под определением границ системы будем понимать определение подмножества элементов всей системы, состояние которых влияет на состояние исследуемой системы. Выделенную часть системы будем называть подсистемой или системой, в зависимости от излагаемого материала. Будем далее исходить из того очевидного положения, что ИТСС является динамическим объектом с управлениями и возмущениями. В качестве последних выступают ВВФ и ППД. Тогда основной математический объект, с которым мы будем оперировать далее, представим в следующем виде:

$$\frac{dy'}{dt} = f^i(t, e, y^1, z, y^n, u^1, \ldots, u^r, \nu^1, \ldots, \nu^s) \qquad (1)$$

Рассмотрим параметры модели (1).

Величины $y^1,...,y^n$ в этих соотношениях – внутренние величины модели, называемые еще фазовыми переменными. Величины $u=(u^1,...,u^r)$, $\nu=(\nu^1,...,\nu^s)$, – внешние величины. При этом величины $\nu=(\nu^1,...,\nu^r)$ являются управлениями. Это означает, что величины $\nu=(\nu^1,...,\nu^r)$ находятся в распоряжении управляющих органов системы. С их помощью можно осуществить целенаправленное воздействие на процесс (1). Величины $u=(u^1,...,u^s)$ характеризуют восстановление работоспособности системы за счет устранения БП элементов. Их будем называть восстановлениями.

И, наконец, величины $e=(e^1, ...,e^s)$ являются возмущениями и характеризуют ППД на систему.

В отношении системы (1) нас будут интересовать два класса задач:

1. Какое представление системы (1) можно считать ее декомпозицией.
2. Какая декомпозиция системы (1) является наиболее предпочтительной для решения задачи оценки живучести ИТСС.

Для решения поставленных задач предлагается следующее утверждение.

Утверждение 1.

Представление модели (1) управляемого процесса в виде системы соотношений вида

$$\frac{dz^k}{dt} = \varphi^k(t, e, z^1, \ldots, z^m, \mathrm{u}^1, \ldots, \mathrm{u}^q, \nu^1, \ldots, \nu^r) \qquad (2)$$
$$k=1,2,\ldots,m.$$

$$\frac{dz^l}{dt} = \varphi^l(t, e, z^{m+1}, \ldots, z^n, \mathrm{u}^{q+1}, \ldots, \mathrm{u}^r, \nu^{r+1}, \ldots, \nu^{\xi}) \qquad (3)$$
$$l=m+1,\ldots,r.$$

есть декомпозиция системы (1) на две замкнутые системы.

Доказательство.

Будем считать, что правые части соотношений (1) определены, когда точка $(t, y^1,\ldots,y^n)$ принадлежит открытому подмножеству $M(n+1)$-мерного пространства R^{n+1}, точка $(u^1,...,u^r)$ принадлежит некоторому (произвольному) подмножеству U r-мерного пространства R^r. Множество M (оно может совпадать со всем R^{n+1}) будем далее называть расширенной фазовой областью или, для простоты, фазовой областью системы (1), множество U – множеством (значений) управлений. Будем считать, что правые части f^i (t,y,u), $i=1,2,...,n$ системы (1) непрерывно дифференцируемы по $y^1,...,y^n$ и непрерывны по $t,u^1,...,u^r$. Класс функций, которому могут принадлежать управления, – кусочно-непрерывные функции. Решение задачи декомпозиции будем искать на основе эквивалентного представления соотношений (1).

Получить из системы (1) эквивалентную систему можно, сделав в (1) обратимую замену переменных:

$$z^i = I^i(t,y),\ i=1,2, ...,n. \qquad (4)$$

Ясно, что для возможности такой замены и для того, чтобы в результате ее получилась эквивалентная система, необходимо, чтобы функции (1) были достаточно гладки в области M, осуществляли (вместе с тождественным преобразованием времени t) взаимно-однозначное отображение I: $M \rightarrow N$ области M на некоторую область N (про такие отображения говорят, что они биективны) в пространстве R^{n+1} с координатами $t, z^1, ..., z^n$. Обратные функции

$$y^i = \bar{I}^i(t, z),\ i=1,2, ... ,n \qquad (5)$$

(которые существуют в силу биективности отображения I) также должны быть гладкими.

Пусть функции (4) удовлетворяют всем перечисленным условиям. Тогда в результате перехода в (1) к фазовым переменным z^i, $i= 1, 2, ..., n$ по формулам (4) получим систему

$$\frac{dz^i}{dt} = \varphi^i(t, z^1, \ldots, z^n, u^1, \ldots, u^2),\ i = 1,2,\ldots,n. \qquad (6)$$

Если сделать в (5) переход к переменным $y^1, ..., y^n$ по формулам (6), то получится, очевидно, система (1). Ясно, что введенное представление об эквивалентности систем вида (1) как получающихся друг из друга обратимыми заменами фазовых переменных является естественным (это, однако, не исключает других определений понятия «эквивалентность»).

Декомпозиция системы (1) на две замкнутые системы: фиксация управлений $u^1,\ldots,u^g$, фигурирующих в (2), и начального состояния $z^k(t_0)$, $k=1,2,\ldots,m$ фазовых переменных этой системы полностью определяет фазовые переменные $z^k(t)$, $k=1,2,\ldots,m$ на некотором отрезке времени; то же относится и к системе (3). Таким образом, как (2), так и (3) являются замкнутыми моделями управляемых процессов, которые не связаны друг с другом. Отсюда следует справедливость утверждения.

Из анализа соотношений (2, 3) видно, что соблюден важный принцип, лежащий в основе задачи декомпозиции сложных управляемых систем: каждому органу, принимающему решения, должна соответствовать своя «часть» этой декомпозиции, а совокупность «частей» должна адекватно описывать весь процесс в целом. Правильное определение границ подсистемы важно и с практической стороны: разработкой и созданием подсистем ИТСС, как правило, занимаются различные организации, а анализ и оценка живучести системы в целом проводится головной организацией.

Функция живучести

Примем, что состояние системы полностью определяется состоянием ее элементов. Тогда можно записать:

$$y = y(X_N),$$

где $X_N= (x_1, x_2,\ldots,x_N)$ – вектор состояния системы; N – число ЭЖ в анализируемой системе обеспечения живучести (СОЖ).

Функция $y(X_N)$ является структурной функцией СОЖ, задание которой эквивалентно заданию ее структуры.

Зависимость структуры СОЖ от времени и УП условно представим следующим образом:

$$y = y\ (X_N,e,t) \tag{7}$$

Введем следующие обозначения:

$R^c(e,t)$ и $r_i(e,t)$ – показатели живучести системы и i-го элемента соответственно.

$P^c(e,t_з)$ и $p_i(e,t_з)$ – вероятность безотказного применения системы и i-го элемента в течение заданного времени $t_з$, $t_з\in Т_{бд}$ в УП e, $e\in E$.

Пусть i-ый ЭЖ характеризуется случайным состоянием x_i, а СОЖ имеет структурную функцию $y(X)$. Тогда:

$$r_i=[P(x_i=1)], \tag{8}$$

$$R^c(e,t)=[P(y(X)=1)]. \tag{9}$$

В общем случае вероятность $P^c(e,t)$ является показателем живучести системы.

В предположении независимости элементов можно представить показатель живучести системы как функцию от показателей живучести элементов для заданной структуры $y(X)$, УП e, $e\in E$ и времени $t_з$.

$$R^c(e,t)=P^c(e,t)=\varphi(r_N, y(X), e, t_з), \tag{10}$$

Если принять, что такие параметры как структура системы, УП e, $e\in E$ и время t_S, $t_S\in T_{бд}$ заданы, то условие (9) можно записать в виде:

$$R^c= \varphi(r). \tag{11}$$

Назовем функцию $\varphi(r)$ функцией живучести системы.

Для расчета и оценки живучести необходимо разработать соответствующие методы. Целью этих методов является установление конкретного вида функции живучести $\varphi(r)$ на основе знания структуры $y(X)$ и вычисление значений R_c по известным значениям живучести элементов r_i.

Метод расчета граничных значений показателей живучести системы путем представления ее с последовательной и параллельной структурами

Самые грубые границы для показателей живучести ИТСС при рассмотрении их для СОЖ как монотонной системы, могут быть получены путем сравнения ее с последовательной или параллельной структурами.

Структурную функцию для последовательной системы запишем в виде:

$$y(X)=\bigwedge_{i=1}^{N} x_i \tag{12}$$

то есть она представляет собой элементарную конъюнкцию, а такая форма записи функции алгебры логики (ФАЛ) является формой перехода к замещению (ФПЗ).

Осуществив в (12) все подстановки по правилам замещения, получим функцию живучести:

$$P^c_ж=\varphi(r)=\prod_{i=1}^{N} r_i\ . \tag{13}$$

Для параллельной структуры функцию $y(Z)$ запишем в виде:

$$y(X)=\bigvee_{i=1}^{N} x_i. \tag{14}$$

Применив правило Моргана ко всей функции, получим представление структурной функции в базисе конъюнкция-отрицание:

$$y(x_i) = \bigvee_{i=1}^{N} x_i = \bigwedge_{i=1}^{N} r_i \qquad (15)$$

Такая форма также является ФПЗ. Выполнив все подстановки по правилам замещения, получим функцию живучести параллельной структуры:

$$P_{ж}^{с} = f(p) = 1 - \prod_{i=1}^{N}(1 - p_i)\,. \qquad (16)$$

Таким образом, нижняя граница

$$P_{ж}^{с} = f(p) = \prod_{i=1}^{N} r_i = P_{ж}^{н} \qquad (17)$$

и верхняя граница

$$P_{ж}^{с} = \varphi(r) = 1 - \prod_{i=1}^{N} 1 - p_i = P_{ж}^{в} \qquad (18)$$

являются, соответственно, наименьшим и наибольшим значениями показателей живучести ВТС.

Легкость получения выражений и простота самих выражений для функций живучести (17) (18) позволяют их использовать для непосредственного расчета показателя живучести ИТСС, не прибегая к построению структурных схем живучести, деревьев отказов и нахождению структурной функции. Однако при этом нужно быть абсолютно уверенным, что в рамках принятых допущений: а) СОЖ ИТСС содержит либо только последовательное, либо только параллельное соединение ЭЖ; б) все ЭЖ имеют одинаковую меру живучести. Для этого по аналогии с [11] введем понятие функции поражения. Под функцией поражения будем понимать зависимость вероятности поражения (повреждений) элементов системы не ниже заданной степени от величины параметра ПФ:

$$q_i(l) = P(R_i \le l) \qquad (19)$$

где: l – текущее значение параметра ПФ; R_i – стойкость (прочность) i-го ЭЖ к воздействию ПФ.

Рассмотрим в связи с этим вопрос о правомочности включения последовательно в ССЖ таких элементов как «восстанавливаемость» и «разведзащищенность».

Под восстанавливаемостью будем понимать способность ИТСС к устранению повреждений на основе использования сил и средств ремонта СТО. Отдельного рассмотрения требует вопрос расчета живучести ИТСС с учетом разведзащищенности. При определении термина «разведзащищенность» воспользуемся стандартом [12], где применительно к военной технике связи дано следующее определение этому термину: «Разведзащищенность – это способность образца техники связи обеспечить невозможность средствам разведки противника идентифицировать его как техническое средство, используемое для приема и (или) передачи информации». Очевидно, что противной стороне (противнику) прежде чем предпринять действия, связанные с поражением элементов системы, необходимо его идентифицировать путем преодоления мер разведзащищенности. Это должно быть учтено и при расчете живучести путем наложения дополнительных условий при определении вероятности поражения элементов системы. Такие вероятности, как известно, называются условными [13]. Поэтому должен быть разработан соответствующий метод оценки разведзащищенности РЭСрС. При этом можно использовать, например, результаты работ [14].

Рассмотрим метод расчета живучести для параллельной структуры, модель которой соответствует условию (9-10). Отметим, что ССЖ в виде параллельной структуры применяется, если для успешной работы РЭСрС достаточно хотя бы одного тракта, составленного из ЭЖ (неважно, какого). ССЖ в этом случае будет такой, как на *рис. 2*.

На *рис. 2* приведены следующие обозначения:

ЭЖстр – элемент, обеспечивающий живучесть РЭСрС за счет структуры;

ЭЖжэ – элемент, обеспечивающий живучесть РЭСрС за счет стойкости к ПФ;

ЭЖвосст – элемент, обеспечивающий живучесть за счет восстановления работоспособности ИТСС. Включение ЭЖвосст параллельно другим элементам, с одной стороны, не вполне корректно, так как ремонтные мастерские не являются средствами каналообразования, а с другой – восстанавливают эти элементы системы, образуя, таким образом, резервный вариант их использования, полагая при этом, что система будет восстановлена за установленное время.

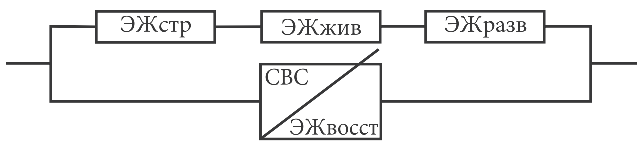


Рис. 2. **Функциональная схема обеспечения живучести ИТСС**

Метод расчета границ показателей живучести системы путем представления ее через минимальные пути и минимальные сечения

Методика использования путей и сечений – мощный инструмент для анализа сложных структур, которые характерны для функциональных систем и сетей связи. Для построения метода воспользуемся результатами работы [15]. Большинство известных граничных оценок характеристик сложных структур основано на их представлении как монотонной системы.

Простейшее из этих приближений вытекает из неравенства, справедливого для событий $A_к$:

$$P\left[\bigcup_{k=1}^{M} A_k\right] \le \sum_{k=1}^{M} P\left[A_k\right]. \qquad (20)$$

Введем несколько необходимых в дальнейшем определений.

Минимальный путь (МП) системы представляет собой такую конъюнкцию ее элементов, ни один из компонентов которой нельзя изъять, не нарушив работоспособности системы. Такую конъюнкцию можно записать в виде функции алгебры логики (ФАЛ):

$$T_i = \bigwedge_{i \in K_{Tl}} x_i \ , \qquad (21)$$

где K_{Tl} – множество номеров элементов, содержащихся в l-м пути.

Минимальное сечение (МС) системы представляет собой такую конъюнкцию из отрицаний ее элементов, ни один из компонентов которой нельзя изъять, не нарушив условия неработоспособности системы. Такую конъюнкцию можно записать в виде следующей ФАЛ:

$$C_j = \bigwedge_{i \in K_{Cj}} \bar{x}_i \ , \qquad (22)$$

где K_{Cj} – обозначает множество номеров элементов, содержащихся в j-м сечении.

Каждая система имеет конечное число минимальных путей и минимальных сечений. Используя эти понятия, можно записать структурную функцию системы. Поскольку любая монотонная система в целом работоспособна тогда и только тогда, когда имеется по крайней мере один работоспособный минимальный путь, то структурная функция может быть записана следующим образом:

$$y(\mathrm{X}) = \bigvee_{l=1}^{K_T} T_i = \bigvee_{l=1}^{K_T}\left[\bigwedge_{i \in K_{Tl}} x_i\right], \qquad (23)$$

где K_T – число минимальных путей в системе.

Если обозначить через K_C число МС в системе, то аналогичным образом можно представить структурную функцию через МС:

$$y(\mathrm{X}) = \bigwedge_{j=1}^{K_C} \overline{C_j} = \bigwedge_{j=1}^{K_C}\left[\bigvee_{i \in K_{C_j}} x_i\right], \qquad (24)$$

так как система в целом отказывает тогда и только тогда, когда хотя бы одно минимальное сечение отказало.

Обозначим через $y_l^T(\mathrm{X})$ структурную функцию l-го минимального пути, а через $y_j^C(\mathrm{X})$ структурную функцию j-го минимального сечения. Тогда очевидно, что

$$y_l^T(\mathrm{X}) = \bigwedge_{i \in K_{Ti}} x_i \ . \qquad (25)$$

$$y_j^C(\mathrm{X}) = \bigvee_{i \in K_{Cj}} x_i \ , \qquad (26)$$

где K_{Tl} и K_{Cj} – множества номеров элементов, содержащихся в i-м пути и j-м сечении.

Пусть A_i – событие, состоящее в том, что все элементы l-го минимального пути работоспособны. Это эквивалентно равенству единице структурной функции l-го минимального пути. Тогда

$$P\left[A_l\right] = P\left[y_l^T(X) = 1\right]. \qquad (27)$$

Событие $\bigcup_{i=1}^{K_T} A_i$ (где K_T – число минимальных путей системы) заключается в том, что по крайней мере один минимальный путь работоспособен, то есть работоспособна система. Это событие эквивалентно событию, состоящему в том, что структурная функция системы $y(X)$ равна 1. Тогда

$$P\left[\bigcup_{i=1}^{K_T} A_l\right] = P\left[y(X) = 1\right]. \qquad (28)$$

Подставив (27) и (28) в (20) и с учетом (9), получим:

$$R_{ж}^{c} = P\left[y(X) = 1\right] \le \sum_{i=1}^{K_T} P\left[y_l^T(X) = 1\right] = R_{жв}^{c}, \qquad (29)$$

верхнюю границу $R_{жв}^{c}$ показателя живучести системы $R_{ж}^{c}$.

Получим выражение для нижней границы $R_{жн}^{C}$. Для этого рассмотрим несколько промежуточных положений.

Будем исходить из того, что ИТСС, как и любая сложная система, имеет конечное число минимальных путей и минимальных сечений. Используя эти понятия, можно записать структурную функцию системы. Будем считать, что система работоспособна тогда и только тогда, когда имеется по крайней мере один работоспособный минимальный путь. Тогда структурная функция может быть записана следующим образом:

$$y(X) = \mathop{\vee}_{l=1}^{K_T} T_i = \mathop{\vee}_{l=1}^{K_T} \left[\mathop{\wedge}_{i \in K_{Ti}} x_i \right], \qquad (30)$$

где K_{Ti} – число минимальных путей в системе; T_i – i-ый минимальный путь системы; x_i – i-ый элемент системы.

Если обозначить через K_c число минимальных сечений в системе, то аналогичным образом можно представить структурную функцию через минимальные сечения:

$$y(X) = \mathop{\vee}_{j=1}^{K_C} \overline{C_j} = \mathop{\vee}_{j=1}^{K_C} \left[\mathop{\wedge}_{i \in K_{C_j}} x_i \right], \qquad (31)$$

так как система отказывает тогда и только тогда, когда хотя бы одно минимальное сечение отказало.

Согласно (30) и (31), структурная функция системы имеет вид:

$$y(X) = \mathop{\wedge}_{j=1}^{K_C} y_j^C(X). \qquad (32)$$

Применив к (32) правило Де Моргана, получим:

$$y(X) = \overline{\mathop{\vee}_{j=1}^{K_C} \overline{y_j^C(X)}}. \qquad (33)$$

Вычислим вероятностную функцию:

$$P\left[y(X)=1\right] = P\left[\overline{\mathop{\vee}_{j=1}^{K_C} \overline{y_j^C(X)=1}} \right] = 1 - P\left[\mathop{\vee}_{j=1}^{K_C} \overline{y_j^C(X)=1} \right]. \qquad (34)$$

С учетом (20) запишем неравенство:

$$P\left[\mathop{\vee}_{j=1}^{K_C} \overline{y_j^C(X)=1} \right] \le \sum_{j=1}^{K_C} P\left[\overline{y_j^C(X)=1} \right]. \qquad (35)$$

Вычтем из правой и левой частей по 1 и умножим обе части на –1:

$$1 - P\left[\mathop{\vee}_{j=1}^{K_C} \overline{y_j^C(X)=1} \right] \ge 1 - \sum_{j=1}^{K_C} P\left[\overline{y_j^C(X)=1} \right]. \qquad (36)$$

Тогда с учетом (34) окончательно получим:

$$R_C = P\left[y(X)=1\right] \ge 1 - \sum_{j=1}^{K_C} P\left[\overline{y_j^C(X)=1} \right] = R_C^H. \qquad (37)$$

Функция (25) представлена в форме элементарной конъюнкции (характеризует элементарную последовательную структуру), она является ФНЗ. Осуществив подстановки по правилам замещения в выражении для верхней границы (29), получим :

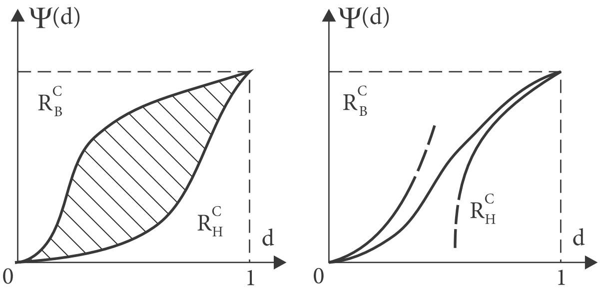
$$R^c_{жв} = \sum_{l=1}^{K_T} P\left[y_l^T(X)=1 \right] = \sum_{l=1}^{K_T} P\left[\mathop{\wedge}_{i \in K_{T_l}} x_i = 1 \right] = \sum_{l=1}^{K_T} \prod_{i \in K_{T_l}} r_i. \qquad (38)$$

Аналогичные преобразования выполним для нижней границы.

$$\begin{aligned} R^C_{жн} &= 1 - \sum_{j=1}^{K_C} P\left[\overline{y_j^C(X)=1} \right] = 1 - \sum_{j=1}^{K_C} P\left[\overline{\mathop{\vee}_{i \in K_{Cj}} x_i = 1} \right] = \\ &= 1 - \sum_{j=1}^{K_C} P\left[\mathop{\wedge}_{i \in K_{Cj}} \overline{x}_i = 1 \right] = 1 - \sum_{j=1}^{K_C} \prod_{i \in K_{Cj}} (1 - d_i). \end{aligned} \qquad (39)$$

Таким образом, значение живучести системы $R^{ñ}_{Æ}$ лежит в пределах

$$1 - \sum_{j=1}^{K_C} \prod_{i \in K_{C_j}} (1 - r_i) \le R_C \le \sum_{l=1}^{K_T} \prod_{i \in K_{T_l}} r_i. \qquad (40)$$



а б

Рис. 3. **Граничные оценки показателя живучести системы: а – согласно (17) и (18), б – (40)**

На *рис. 3а* изображены две кривые функции живучести системы, построенные согласно равенствам (17) и (18), все остальные рассматриваемые ниже оценки будут лежать внутри заштрихованной области, за исключением оценок (40) (*рис. 3б*), которые, начиная с некоторых значений d_i, теряют физический смысл.

Метод оценки живучести ИТСС на основе представления ее как восстанавливаемой системы

Будем считать, что восстановление работоспособности элементов системы за счет устранения БП производится системой технического обеспечения. По мере восстановления элементов системы производится включение их в систему, а информация об этом элементе поступает в автоматизированную систему управления связью (АСУС).

Оценку живучести ИТСС будем осуществлять с учетом показателей, приведенных в работе [15]:

$P^{C}_{тж}(e,t)$ – вероятность того, что время восстановления заданного уровня работоспособности ИТСС системой СТО за установленное время $t_в$ в УП $e, e \in E$ не превышает допустимого $t_{доп}$ (вероятность того, что $\xi(e,t)$ = «Обеспечивается восстановление работоспособности ИТСС при быстрой реакции СТО»).

$\widetilde{P}^{C}_{тж}(e,t)$ – вероятность того, что время восстановления $t_в$ работоспособности ИТСС системой ТОС превышает допустимое, но меньше времени противоборства в УП $e, e \in E$ (вероятность того, что $\xi(e,t)$ = «Обеспечивается восстановление работоспособности ИТСС при медленной реакции СТО»).

$\overline{P}^{C}_{тж}(e,t)$ – вероятность того, что время восстановления работоспособности ИТСС в УП $e, e \in E$ превышает время противоборства (вероятность того, что «Восстановление ИТСС не обеспечивается»).

Кроме того, для более детального анализа функциональных возможностей ИТСС рассмотрим дополнительный показатель:

$P(e,t,k)$ – вероятность того, что в ИТСС неисправными являются k элементов.

Для оценки введенных показателей построим модель процесса восстановления и ввода в систему восстановленных элементов.

Предположим, что восстановление элементов системы, важных для решения конкретных задач по управлению войсками и оружием, происходит в случайные моменты времени (назовем их вызывающими), отстоящими друг от друга на случайные интервалы, длительность которых распределена по экспоненциальному закону с параметром λ. При этом в вызывающий момент времени с вероятностью q_m появляется сразу m новых (восстановленных) элементов системы $\sum_{m>0} q_m \cdot Z^m = 1$.

Производящую функцию числа восстановленных элементов в вызывающий момент времени обозначим через $\Phi(Z)$:

$$\Phi(Z) = \sum_{m>0} q_m \cdot Z^m . \qquad (41)$$

На практике появление нескольких элементов, нуждающихся в восстановлении, объясняется, как правило, общей их первопричиной – ППД.

При появлении элементов системы, получивших БП, в соответствующих звеньях управления организуется их восстановление в течение времени $t_в$ и ФР $B_в$. При этом восстановление элемента в зависимости от характера БП организуется и производится как собственными силами и средствами частей подразделения (автономно), так и органами ТОС.

После того как элемент системы восстановлен, следует передача сообщения по сети ТОС и АСУ на объекты АСУС, осуществляющий мониторинг состояния системы, о готовности элемента включиться в систему в течение времени $t_{пер}$ с ФР $B_{пер}$. По приеме сообщения объект АСУС дает команду на включение восстановленного документа в систему, что занимает время $t_{вкл}$ с ФР $B_{вкл}$.

Таким образом, общее время восстановления элемента системы составит:

$$T^{c}_{в} = t^{э}_{в} + t_{пер} + t_{вкл} . \qquad (42)$$

Все слагаемые на практике оказываются независимыми, вследствие чего ФР $B_в$ времени восстановления элемента система может быть записана в виде:

$$B^{эс}_{в} = B^{T}_{в} \cdot B_{пер} \cdot B_{вкл}$$ – операция свертки.

С учетом введенных обозначений для оценки исправности все процессы появления новых элементов системы за счет восстановления ВТС, получившей БП, и включение их в систему предлагается моделировать с помощью системы массового обслуживания с бесконечным числом обслуживающих приборов.

Нетрудно заметить, что изначальное предположение об экспоненциальности распределения интервалов времени между соседними восстанавливающими моментами появления элементов системы выражается в квазипуассоновости потока заявок на обслуживание.

В свою очередь ординарный случай этого потока – пуассоновский поток в классе потоков Пальма ставит систему в наиболее жесткие условия функционирования [17], что позволяет получать для СМО пессимистические оценки и служит обоснованием введенного предположения.

Пренебрегая временем обработки сообщений о готовности элементов включиться в систему, в рамках предложенной формализации:

- вероятность того, что установленная конфигурация (связность) системы восстановлена $(P^{(c)}_{в}(e,t))$ или не восстановлена $(P^{(c)}_{нв}(e,t))$, отождествляется с модельной вероятностью того, что в предлагаемой СМО отсутствуют занятые приборы;
- вероятность того, что в установленной конфигурации системы не восстановлены k элементов системы $(P^{(c)}_{нв}(e,t,k))$, получивших БП, однозначно определяется моделируемой вероятностью занятости в рассматриваемой СМО ровно k приборов.

В итоге, на основе использования результатов теории массового обслуживания для систем с бесконечным числом приборов имеем [18]

$$P_{в}^{c}(e,t)=\exp\left\{-\lambda\int_{0}^{\infty}\left[1-\Phi(B_{в}^{c}(u))\right]du\right\}, \qquad (43)$$

$P_{в}^{(c)}$ (e,t,k) может быть определена численными методами на ЭВМ с помощью обратного преобразования производящей функции:

$$\varphi(z)=\sum_{k>0}P_{нв}^{c}(e,t,k)\cdot z^{k}, \qquad (44)$$

исходя из вида функции $\varphi(z)$:

$$\varphi(z)=\exp\left\{-\lambda\int_{0}^{\infty}\left[1-\Phi(\alpha(z,u))\right]du\right\}, \qquad (45)$$

где $\alpha(z,u)=B_{в}^{c}(u)+z(1-B_{в}^{c}(u))$.

В частном случае, когда $\Phi(z)=z$, $q_i=1$, то есть когда в восстанавливающий момент появляется лишь один восстановленный элемент, а также в случае, когда $B_{в}^{c}(u)$ является детерминированной ФР при любом $\Phi(z)$, имеем в явном виде:

$$P_{ТЖ}^{(c)}(e,t)=e^{-\rho},$$

$$\tilde{P}_{ТЖ}^{(c)}(e,t)=1-e^{-\rho}, \qquad (46)$$

$$\overline{P}_{ТЖ}^{(c)}(e,t,k)=\frac{P^{k}}{k!}e^{-\rho},$$

где $\rho=\lambda\beta$, $\beta=\int_{0}^{\infty}tdB_{в}^{c}(e,t)$ – математическое ожидание времени включения восстановленных элементов в систему.

Заключение

Расчет живучести пространственно-распределенных систем и сетей связи, какой является ИТСС, – задача сложная, а ее решение крайне востребовано практикой разработки и производства сложных систем.

Основной особенностью расчета живучести ИТСС является учет всей совокупности факторов, влияющих на работоспособность элементов системы, и формирование совокупности свойств, обеспечивающих живучесть системы и моделирование вариантов проявления этих свойств в УП. Предложены методы расчета, позволяющие получать как приближенные так и точные значения показателей живучести ИТСС.

Литература

1. Буроменский Н.Г. Живучесть системы военной связи: проблемы и пути решения. – «Вооружение и экономика», 2014, № 29, С. 71–74.
2. Дудник Б.Я., Овчаренко В.Ф. и др. Надежность и живучесть систем связи. М.: Радио и связь. 1984.
3. Попков В.К. Математические модели живучести сетей связи. Н.: Академия наук СССР, Сибирское отделение. 1990.
4. Надежность и живучесть радиоэлектронных систем. Отраслевая система НТИ. Обзоры по судостроительной технике. ЦНИИ «РУМБ», 1990. 123 с.
5. Черкесов Г.Н. Методы и модели оценки живучести сложных систем. – М.: Знание, 1987.
6. Буроменский Н.Г. «Войска связи свою задачу выполнили» // Москва–Чернобылю, книга I, 1998, С. 290–304.
7. Чепиженко А.З. Радиоэлектронная аппаратура и ядерный взрыв. – М.: Воениздат, 1997. 210 с.
8. Мырова Л.О., Попов В.Д., Верхотуров В.И. Анализ стойкости систем связи к воздействию излучений. – М.: Радио и связь, 1993. 186 с.
9. Буроменский Н.Г. Синтез радиоэлектронных средств требуемой живучести. – «Специальная техника», 2013, № 6, С.11–14.
10. Зацаринный А.А., Буроменский Н.Г., Гаранин А.И. Методические вопросы формирования системы технического обеспечения информационно-телекоммуникационных сетей. – «Системы и средства информатики». 2013. Т. 23. № 2. С.154–169.
11. Буроменский Н.Г. Методические основы построения модели «поражающее действие – стойкость». – «Вопросы атомной науки и техники». 2012. Вып. 4. С. 53–57.
12. ГОСТ РВ 52216-2004 Связь военная. Термины и определения.
13. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961.
14. Голубев В.Н. Вероятность разведки группировки РЭС (узла связи). – «Научно-технический сборник». 1996. № 4. С. 18–22.
15. Проектирование надежных спутников связи. Под ред. Решетнева М.Ф. Томск: МГП «РАСКО», 1993. Авт. Афанасьев В.Г., Верхотуров В.И., Заславский В.А. и др. 221 с.
16. Климов Г.П. Стохастические системы обслуживания. М.: Наука. 1986. 243 с.
17. Зацаринный А.А., Буроменский Н.Г., Гаранин А. И. Метод формирования системы показателей живучести информационно-телекоммуникационных сетей. // Системы и средства информатики. Т. 2, № 1, 2014. С. 141–155.
18. Мамиконов А.Г., Кульба В.В., Шелков А.Б. Достоверность, защита и резервирование информации в АСУ. М.: Энергоиздат. 1986. 304 с.